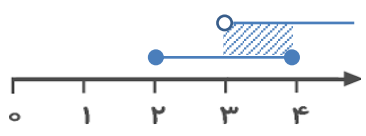




ردیف	راهنمای تصحیح
۱.	<p>الف) جدا از هم یا مجزا (۰/۲۵ نمره)</p> <p>ب) ۱۲، (۰/۲۵ نمره)</p> <p>اگر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> سه جمله‌ی متوالی دنباله هندسی باشند، داریم: <math>b^2 = ac</math> که به <math>b</math> واسطه‌ی هندسی دو عدد <math>a</math> و <math>c</math> گویند.</p> <p>پس: واسطه‌ی هندسی مثبت بین <math>a</math> و <math>c</math> می‌شود.</p> $\boxed{3, b, 48} \rightarrow b^2 = 3 \times 48 \rightarrow b = +12$ <p>ج) <math>\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}</math> (۰/۲۵ نمره)،</p> <p>شیب خطی که زاویه‌ی آن با جهت مثبت محور طول‌ها <math>\theta</math> باشد، برابر است با: <math>\tan \theta</math>، پس:</p> $m = \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ <p>د) <math>-3</math> و <math>۸۱</math> (۰/۵ نمره)،</p> <p>هر عدد مثبت دارای دو ریشه‌ی چهارم است که قرینه‌ی یکدیگرند.</p> <p>ه) <math>۹</math>، (۰/۲۵ نمره)</p> <p>برای حل معادله درجه دوم به شکل <math>x^2 + ax = b</math> باید نصف ضریب <math>x</math> به توان ۲ را به طرفین معادله اضافه کرد.</p>
۲.	<p>الف) درست، (۰/۲۵ نمره)</p> <p>با استفاده از محور اعداد داریم:</p>  <p>قسمت هاشور خورده حذف می‌شود و حاصل به صورت <math>[2, 3]</math> خواهد بود. (توجه داشته باشید حاصل مجموعه‌ی <math>A - B</math>، اعضای مجموعه‌ی <math>A</math> به جز مشترکات آن با <math>B</math> است.)</p> <p>ب) نادرست، (۰/۲۵ نمره)</p> <p>جمله‌ی عمومی <math>(a_n)</math> دنباله‌ای حسابی با جمله‌ی اول <math>a_1</math> و قدر نسبت <math>d</math> به صورت</p> $a_n = a_1 + (n - 1)d$ <p>است، پس:</p> $a_{12} = a_1 + 11d = -5 + 11 \times 4 = 44 - 5 = 39$ <p>ج) درست، (۰/۲۵ نمره)</p> <p>اگر با توجه به دایره‌ی مثلثاتی با حرکت در جهت عقربه‌های ساعت به نقطه‌ی <math>Q</math> برسیم، زاویه‌ی <math>\widehat{AOQ}</math> منفی است، پس زاویه‌ی <math>95^\circ -</math> در ربع سوم قرار دارد.</p> <p>د) درست، (۰/۲۵ نمره)</p> <p>اگر <math>a</math> عددی بین صفر و یک باشد <math>(0 &lt; a &lt; 1)</math>، <math>a^5 &gt; a^6</math> خواهد بود.</p>
۳.	<p>الف) گزینه‌ی ۳، (۰/۲۵ نمره)</p> <p>مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است؛ مجموعه‌های متناهی هستند. پس:</p>



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۹

ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۷ صفحه

امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

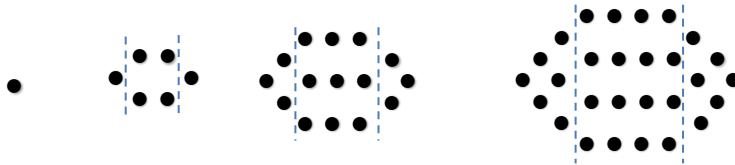
$$A = \{1, 3, 5, \dots\} \text{ (نامتناهی)}$$

$$B = \mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ (نامتناهی)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 1) A \cup B = \mathbb{W} = \text{نامتناهی} \\ 2) A \cap B = A = \text{نامتناهی} \\ 3) A - B = \emptyset = \text{متناهی} \\ 4) B - A = \{0, 2, 4, 6, \dots\} = \text{نامتناهی} \end{cases}$$

ب) گزینه‌ی ۲، (۰/۲۵) نمره

الگوی نقاط را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:



مرحله (n)	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	..... (n)
تعداد نقاط	1	$2^2 + 1 \times 2$	$3^2 + 2 \times 3$	$4^2 + 3 \times 4$	$a_n = n^2 + n(n-1)$

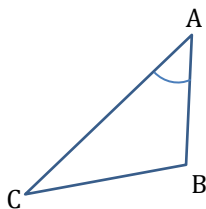
$$a_n = n^2 + n(n-1) = 2n^2 - n \rightarrow a_8 = 2(8)^2 - 8 = 128 - 8 =$$

پس:

120

ج) گزینه‌ی ۱، (۰/۲۵) نمره

مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

پس داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \sin 45 = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}$$

د) گزینه‌ی ۴، (۰/۲۵) نمره

عبارت درجه دوم  $ax^2 + bx + c$  به شرط آنکه  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac \end{cases}$  باشند، همواره منفی است، پس:

$$(a-1)x^2 + ax + 1 \rightarrow \begin{cases} a-1 < 0 \rightarrow a < 1 \\ \Delta = (a)^2 - 4(a-1)(1) = a^2 - 4a + 4 < 0 \rightarrow (a-2)^2 < 0 \end{cases}$$

که این عبارت همواره نامنفی است و به ازای هیچ مقدار  $a$  منفی نمی‌شود، پس همواره منفی نخواهد بود.

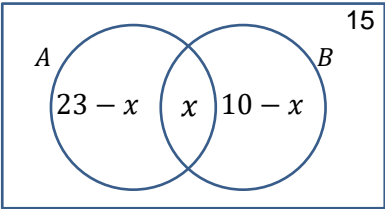
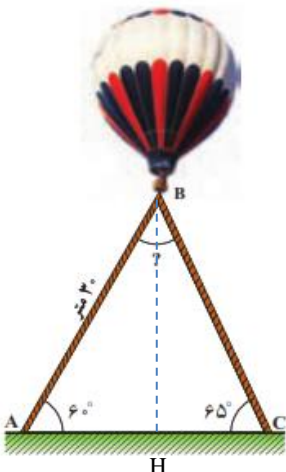
مجموعه‌ی مرجع را با  $S$ ، مجموعه‌ی علاقه‌مندان به ریاضی را با  $A$  و علاقه‌مندان به جغرافیا را با  $B$  نشان می‌دهیم و داریم:

$$n(S) = 42, n(A) = 23, n(B) = 10, n(A' \cap B') = 15$$

با توجه به رابطه‌ی  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  (نمره ۰/۲۵) خواهیم داشت:

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(S) - n(A \cup B) \rightarrow 15 = 42 - n(A \cup B) \rightarrow n(A \cup B) = 27$$



	<p>(۰/۲۵) نمره</p> <p>حال طبق رابطه‌ی <math>n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)</math> داریم: (۰/۲۵) نمره</p> $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 27 = 23 + 10 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 6$ <p>پس تعداد نفراتی که به هر دو درس علاقه دارند، برابر با ۶ است. (۰/۲۵) نمره</p> <p>راه حل دوم: (با استفاده از نمودار ون)</p> <p>طبق نمودار ون رسم شده داریم: (رسم شکل ۰/۵) نمره</p>  $(23 - x) + x + (10 - x) + 15 = 42 \rightarrow 48 - x = 42 \rightarrow x = 6$ <p>محاسبات (۰/۵) نمره</p>	
	<p>۵. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول <math>a_1</math> و قدر نسبت <math>d</math> به صورت <math>a_n = a_1 + (n - 1)d</math> است و داریم: (۰/۲۵)</p> $\begin{cases} a_{36} = 97 \rightarrow a_1 + 35d = 97 & (1) \\ a_{10} = 45 \rightarrow a_1 + 9d = 45 & (2) \end{cases} \quad (0/25) \xrightarrow{(1)-(2)} a_1 + 35d - a_1 - 9d = 97 - 45 \rightarrow 26d = 52 \rightarrow d = 2(0/25)$ <p>II <math>\rightarrow a_1 + 9(2) = 45 \rightarrow a_1 + 18 = 45 \rightarrow a_1 = 27(0/25)</math></p> <p>اکنون جمله‌ی صد و یکم را به دست می‌آوریم: (۰/۲۵)</p> $a_{101} = a_1 + 100d = 27 + 100(2) = 227$	
	<p>۶. جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول <math>a_1</math> و قدر نسبت <math>q</math> برابر است با: <math>a_n = a_1 q^{n-1}</math> و داریم: (۰/۲۵)</p> $a_8 = 16a_4 \rightarrow a_1 q^7 = 16a_1 q^3 \rightarrow q^4 = 16 \rightarrow q = \pm \sqrt[4]{16} = \pm 2(0/5)$ <p>چون جمله‌ی اول مثبت و دنباله غیرصعودی است، پس <math>q = -2</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>حال حاصل <math>\frac{a_{12}}{a_7}</math> را محاسبه می‌کنیم:</p> $(0/25) \quad \frac{a_{12}}{a_7} = \frac{a_1 q^{11}}{a_1 q^6} = q^5 = (-2)^5 = -32$	
	<p>۷. از رأس <math>B</math> بر ضلع <math>AC</math> عمود رسم می‌کنیم و داریم: (۰/۲۵)</p> <p>در مثلث <math>ABH</math>:</p> $\sin 60 = \frac{BH}{AB} (0/25) \rightarrow BH = AB \sin 60 = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} (0/25)$ <p>در مثلث <math>BHC</math>:</p> $\sin 65 = \frac{BH}{BC} (0/25) \rightarrow BC = \frac{BH}{\sin 65} = \frac{15\sqrt{3}}{0/9} = \frac{50}{3}\sqrt{3} (0/25)$ 	



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۹

ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۷ صفحه

**امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳**

 ۸. در دایره‌ی مثلثاتی، هر نقطه روی دایره نشان‌دهنده‌ی نقطه‌ای به مختصات  $p(x, y)$  است که

$$\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} \rightarrow p(\cos \theta, \sin \theta)$$

 از آنجایی که می‌دانیم:  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  (0/25) پس داریم:

$$\begin{cases} \cos \theta = a \\ \sin \theta = 2a - 1 \end{cases} \quad (0/25) \rightarrow a^2 + (2a - 1)^2 = 1 \rightarrow a^2 + 4a^2 - 4a + 1 = 1$$

$$\rightarrow 5a^2 - 4a = 0 \rightarrow a(5a - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غ. ق. ق.} \\ a = \frac{4}{5} & (0/25) \end{cases}$$

پس:

$$\theta \text{ ربع دوم} \rightarrow \begin{cases} \cos \theta = -a = -\frac{4}{5} & (0/25) \\ \sin \theta = 2a - 1 = \frac{8}{5} - 1 = \frac{3}{5} & (0/25) \end{cases} \rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4} \quad (0/25)$$

۹. با توجه به تعریف داریم:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

(الف) سمت چپ:

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \quad (0/25) \xrightarrow{\text{صورت و مخرج ضرب در } 1 + \sin x} \frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \quad (0/25)$$

$$= \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} \xrightarrow{1 - \sin^2 x = \cos^2 x} \quad (0/25) \text{ سمت چپ} = \frac{\cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)}$$

$$= \frac{\cos x}{1 + \sin x} \quad (0/25)$$

(ب) سمت چپ:

$$1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} \quad (0/25) \xrightarrow{\sin^2 x + \cos^2 x = 1} \quad (0/25) \text{ سمت چپ} = \frac{1}{\sin^2 x}$$



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۹

ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۷ صفحه

امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

	<p>۱۰ در قسمت الف داریم: (هر جای خالی ۰/۲۵ نمره برای قسمت الف و ب = مجموعاً ۰/۷۵ نمره)</p> $216 < 250 < 343 \rightarrow \sqrt[3]{216} < \sqrt[3]{250} < \sqrt[3]{343} \rightarrow \boxed{6} < \sqrt[3]{250} < \boxed{7}$ <p>در قسمت ب هر عدد طبیعی بین ۱۰۱ تا ۱۲۰ نوشته شود، قابل قبول است.</p>	
	<p>۱۱ هر گاه <math>a &gt; 0</math>، برای هر عدد طبیعی <math>n</math> و <math>m</math>، <math>a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}</math> را چنین تعریف می‌کنیم:</p> $(a^b)^c = a^{bc}$ <p>همچنین از قبل می‌دانیم:</p> <p>الف) <math>125^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{125^{-2}} (0/25) = \sqrt[3]{\frac{1}{125^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{(5^3)^2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{5^2}\right)^3} = \frac{1}{25} (0/25)</math></p> <p>ب) <math>\begin{cases} \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4} (0/25) \rightarrow \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} \times 16^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{64} = 4 (0/25) \\ 16^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{16} \end{cases}</math></p>	
	<p>۱۲ الف)</p> $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y} = (0/25) \frac{y(y^4 - y^2 - 12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2+3)(y^2-4)}{8y(y+2)} (0/25)$ $= \frac{y(y^2+3)(y-2)(y+2)}{8y(y+2)} (0/25)$ <p>حال پس از ساده‌سازی خواهیم داشت:</p> $\rightarrow \frac{y(y^2+3)(y-2)(\cancel{y+2})}{8y(\cancel{y+2})} = \frac{(y^2+3)(y-2)}{8} (0/25)$ <p>ب)</p> $\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} (0/25) = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(5-3)} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3}) (0/25)$	
	<p>۱۳ حاصل <math>2\sqrt{4x+3} + \sqrt{16x+5}</math> را برابر <math>A</math> در نظر می‌گیریم و داریم:</p> $\begin{cases} 2\sqrt{4x+3} + \sqrt{16x+5} = A \\ 2\sqrt{4x+3} - \sqrt{16x+5} = 1 \end{cases} (0/25)$ <p>ضرب طرفین دو معادله</p> $\rightarrow (2\sqrt{4x+3} + \sqrt{16x+5}) \times (2\sqrt{4x+3} - \sqrt{16x+5}) = A(0/25)$ $- \sqrt{16x+5} = A(0/25)$ <p>اتحاد مزدوج</p> $\rightarrow 4(4x+3) - (16x+5) = A(0/25) \rightarrow A = 16x + 12 - 16x - 5 \rightarrow A = 7(0/25)$	



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۹

ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۷ صفحه

امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

	<p>(الف) ۱۴</p> $x^2 - 8x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 8x = 3 \rightarrow x^2 - 8x + 16 = 16 + 3(0/25)$ $\rightarrow (x - 4)^2 = 19 \rightarrow  x - 4  = \sqrt{19} (0/25) \rightarrow \begin{cases} x - 4 = \sqrt{19} \rightarrow x = 4 + \sqrt{19} \\ x - 4 = -\sqrt{19} \rightarrow x = 4 - \sqrt{19} \end{cases} (0/25)$ <p>(ب)</p> $3 - 3k = 6k^2 - 3k \rightarrow 6k^2 = 3(0/25) \rightarrow k^2 = \frac{1}{2} \rightarrow k = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} (0/25)$ <p>(ج)</p> $a^2 - 2\sqrt{3}a + 1 = 0$ $\rightarrow \begin{cases} a = 1, b = -2\sqrt{3}, c = 1 \rightarrow \Delta = (-2\sqrt{3})^2 - 4(1)(1) = 12 - 4 = 8 (0/25) \\ \Delta = b^2 - 4ac \end{cases}$ $\rightarrow x_{1,2} = -\frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} (0/25) \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{8}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ x_2 = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{8}}{2} = \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \end{cases} (0/25)$	
	<p>۱۵</p> $y = f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow \begin{cases} A \mid \begin{matrix} 0 \\ -3 \end{matrix} \in f: c = -3(0/25) \\ B \mid \begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix} \in f: a - b + c = 0 \\ C \mid \begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix} \in f: 9a + 3b + c = 0 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ 9a + 3b = 3 \xrightarrow{\div 3} 3a + b = 1 \end{cases} (0/25)$ $\rightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$ $4a = 4 \rightarrow a = 1 \rightarrow b = 1 - 3 = -2 (0/25)$ $\rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2} = 1 \rightarrow S \mid \begin{matrix} 1 \\ -4 \end{matrix} (0/25) \\ y_s = 1 - 2 - 3 = -4 \end{cases}$	<p>رسم نیز (0/25)</p>



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۹

ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۷ صفحه

## امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۶ ریشه‌ی صورت و مخرج کسر را به دست می‌آوریم و نتایج را در یک جدول مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x + 1)(x - 2) = 0 \rightarrow x = -1 \quad x = 2$$

$x$		-1	0	2	-1	3	
$x^2$	+	+	0	+	+	+	+
$x - 3$	-	-		-	-	0	+
$x^2 - x - 2$	+	0	-	-	0	+	+
$p(x)$	-		+	+		-	+
		ت ن			ت ن		

کشیدن جدول تعیین علامت درست مطابق بالا ۰/۷۵ نمره را خواهد داشت و به میزانی که اشتباه در جدول دیده شود نمره می‌بایست کم شود.

با توجه به جدول تعیین علامت، مجموعه جواب نامعادله  $p(x) \geq 0$  برابر است با:  $(0/25)$   
 $(-1, 2) \cup [3, +\infty)$

مجموع بارم ۲۰ نمره است.