



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۳

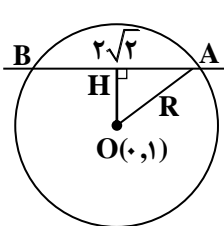
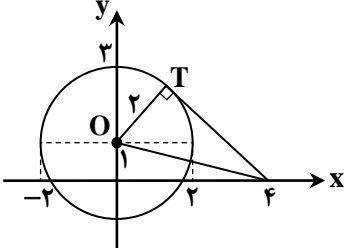
ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۳ صفحه

امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

بارم	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	(د) رویهٔ مخروطی (ج) $A-I$ (ب) واحد یا همانی (و) مشترک	۱
۱	(ب) نادرست	۲
۲	$8 A = A (2- A) \Rightarrow 8 A = 2 A - A ^2 \Rightarrow A ^2 + 6 A = 0 \Rightarrow A (A +6) = 0 \xrightarrow{ A \neq 0} A = -6$	۳
۲	$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ A } \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ $ A = 0 \times 2 - (-1) \times 1 = 1$	۴
۲	(الف) دستگاه جواب دارد یعنی این سه خط از نقطه می‌گذرند. حالت انطباق امکان ندارد زیرا خطوط ۲ و ۳ متقاطع هستند. $\begin{cases} mx + 2y = 1 \\ 2x - y = 4 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ $5x = 10 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2 \times 2 - y = 4 \Rightarrow y = 0$ پس خط اول هم از نقطه $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ می‌گذرد. $m \times 2 + 2 \times 0 = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$	۵
۲	(ب) برای این که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد باید دو خط بر هم منطبق باشند: $\begin{cases} nx + 9y = n+1 \\ x + ny = \frac{4}{3} \end{cases}$ $\frac{n}{1} = \frac{9}{n} = \frac{n+1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow n^2 = 9 \Rightarrow n = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{3+1}{\frac{4}{3}} \quad \checkmark \\ n = -3 \Rightarrow \frac{-3}{1} = \frac{9}{-3} = \frac{-3+1}{\frac{4}{3}} \quad \times \end{cases}$	۵
۱	فقط $n = 3$ جواب است. B و C وارون A هستند $AB = I \xrightarrow{\times C} C \times AB = C \times I \Rightarrow CAB = C \Rightarrow I \times B = C \Rightarrow B = C$ $BA = AB = I$ $CA = AC = I$	۶

۱/۵	$\begin{cases} \sin \alpha x - \cos \alpha y = 1 \\ \cos \alpha x + \sin \alpha y = 0 \end{cases}$ $\begin{bmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}AX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$ $ A = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} \sin \alpha \\ -\cos \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = \sin \alpha \\ y = -\cos \alpha \end{cases}$	۷
۲	$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow (x - \frac{a}{2})^2 - \frac{a^2}{4} + (y - \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0$ $\Rightarrow (x + \frac{a}{2})^2 + (y + \frac{b}{2})^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}$ $\Rightarrow (x + \frac{a}{2})^2 + (y + \frac{b}{2})^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \Rightarrow O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ $R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$	۸
۲	<p style="text-align: right;">فاصله مرکز تا خط راست را به دست می آوریم:</p>  $OH = \frac{ 0 + 1 - 2 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $HA = \frac{1}{2} AB = \sqrt{2}$ $\square OHA : R^2 = OH^2 + HA^2 \Rightarrow R^2 = (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$ $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{2}$	۹
۱	 $O(0,1), A(4,0)$ $OA = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$ $R = 2$ $OA^2 = OT^2 + AT^2 \Rightarrow \sqrt{17}^2 = 2^2 + AT^2$ $\Rightarrow 17 - 4 = AT^2 \Rightarrow AT = \sqrt{13}$	۱۰
۲	$x^2 + y^2 - 2x + 4y + m = 0 \Rightarrow O(1, -2) R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 - 4m}$ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 \Rightarrow O'(1, -1) R' = 2$ $OO' = \sqrt{0^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{1} = 1$ $OO' = R - R' \Rightarrow 1 = \left 2 - \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 - 4m} \right $ $1 = 2 - \frac{1}{2} \sqrt{20 - 4m} \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{20 - 4m} = 1 \Rightarrow \sqrt{20 - 4m} = 2 \Rightarrow 20 - 4m = 4 \Rightarrow 16 = 4m \Rightarrow m = 4$ $1 = \frac{1}{2} \sqrt{20 - 4m} - 2 \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} \sqrt{20 - 4m} \Rightarrow \sqrt{20 - 4m} = 6 \Rightarrow 20 - 4m = 36 \Rightarrow -16 = +4m \Rightarrow m = -4$	۱۱



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۳

ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۳ صفحه

امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲	۱۲	<p>زاویه A و خط d مفروضند.</p> <p>مکان هندسی نقاطی که از اضلاع زاویه A به یک فاصله باشند نیمساز زاویه A می‌باشند و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله h باشند دو خط موازی با d و به فاصله h می‌باشند محل تلاقی نیمساز و این دو خط جواب مسئله است.</p> <p>اگر نیمساز این دو خط را قطع کند مسئله دو جواب دارد، اگر نیمساز موازی d باشد ممکن است جواب نداشته باشد یا بی‌شمار جواب داشته باشد</p>

مجموع بارم ۲۰ نمره