



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۲۰

ساعت برگزاری: ۸ صبح

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۳ صفحه

امتحانات هماهنگ نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

شماره	راهنمای تصحیح	بارم
۱	الف) ۷۲ (۰/۵) ب) ۳ (۰/۵) ج) تهی (۰/۵) د) همبند (۰/۵)	۲
۲	الف) نادرست (۰/۵) ب) درست (۰/۵) ج) نادرست (۰/۵) د) نادرست (۰/۵) ه) درست (۰/۵) و) درست (۰/۵)	۳
۳	برهان خلف: فرض می‌کنیم $2\alpha + 3\beta$ گویا است. (فرض خلف). می‌دانیم مجموع یا تفاضل دو عدد گویا، همواره گویا است. $\underbrace{(2\alpha + 3\beta)}_{\text{گویا}} - \underbrace{(2\alpha)}_{\text{گویا}} = 3\beta$ نتیجه می‌گیریم که $3\beta$ گویا است که برخلاف فرض مسئله است. در نتیجه فرض خلف نادرست بوده و $2\alpha + 3\beta$ گنگ است.	۱
۴	۱- از استدلال بازگشتی استفاده می‌کنیم: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + x^2 + z^2 - 2xz + y^2 + z^2 - 2yz \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0$ این رابطه بدیهی است و کلیه مراحل فوق برگشت پذیر هستند.	۱/۵
۵	$\begin{cases} a   2k+2 \\ a   5k-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a   5(2k+2) \\ a   -3(5k-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a   10k+10 \\ a   -15k+9 \end{cases} \Rightarrow a   19 \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \text{ یا } \pm 19 \\ a \text{ عدد طبیعی است} \end{cases} \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 19$	۱
۶	مقسوم علیه از باقیمانده بزرگ‌تر است. $(b > 17)$ $\begin{cases} a = b(5) + 17 \\ a - 2 = (b-2)(5) + \frac{\Delta b}{\gamma} \end{cases}$ <b>(b عددی مضرب ۷ خواهد بود.)</b> $\begin{cases} a = 5b + 17 \\ a = 5b - 10 + 2 + \frac{\Delta b}{\gamma} \end{cases} \Rightarrow 5b + 17 = 5b + \frac{\Delta b}{\gamma} - 8 \Rightarrow 25 = \frac{\Delta b}{\gamma} \Rightarrow b = 35$ $a = 35 \times 5 = 175$	۱/۵
۷	$(1000)^{335} \times 19 + 107 \stackrel{?}{\equiv} 13$ $1000 \stackrel{13}{\equiv} -1 \Rightarrow (1000)^{335} \stackrel{13}{\equiv} -1 \Rightarrow (1000)^{335} \times 19 + 107 \stackrel{13}{\equiv} -19 + 107 \stackrel{13}{\equiv} 88 \stackrel{13}{\equiv} 10$	۱/۵
۸	$(a, b) = d \Rightarrow \begin{cases} a = a'd \\ b = b'd \\ [a, b] = a'b'd \\ (a', b') = 1 \end{cases}$ $c = 28d + 3 \Rightarrow a'b'd = 28d + 3 \Rightarrow a'b'd - 28d = 3 \Rightarrow d(a'b' - 28) = 3 \Rightarrow \begin{cases} d=1, a'b' - 28 = 3 \times \\ d=3, a'b' - 28 = 1 \checkmark \end{cases}$ $a'b = 29 \Rightarrow \begin{cases} a' = 29 \Rightarrow a = 29 \times 3 = 87 \\ b' = 1 \Rightarrow b = 1 \times 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow  a - b  = 87 - 3 = 84$	۱

۱/۵	$۷۰۰۰x + ۴۰۰۰y = ۷۵۰۰۰ \Rightarrow ۷x + ۴y = ۷۵$ هر دو مقدار برابر به هر پیمانه‌ای با هم، هم‌نهیشت می‌باشند: $۷x + ۴y \equiv ۷۵ \Rightarrow ۷x \equiv ۷۵ \Rightarrow ۳x \equiv ۷۵ \Rightarrow x \equiv ۲۵ \equiv ۱ \Rightarrow x = ۴k + ۱$ $۷(۴k + ۱) + ۴y = ۷۵ \Rightarrow ۴y = ۷۵ - ۲۸k - ۷ = ۶۸ - ۲۸k \quad y = ۱۷ - ۷k$	۹
۱/۵	(الف) $\deg(a) = ۲ \quad \deg(b) = ۳ \quad \deg(c) = ۲$ $\deg(d) = ۲ \quad \deg(e) = ۲ \quad \deg(f) = ۳$ (ب) بله: abcfdca (پ) 	۱۰
۱/۵	تعداد یال‌های یک گراف $r$ -منتظم از مرتبه $p$ از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید: $rp = ۲q \quad r \leq p - 1$ $\begin{cases} k(k+۵) = ۲q & \text{گراف اول} \\ \delta(k+۵) = ۲(q+۸) & \text{گراف دوم} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k^2 + ۵k = ۲q \\ \delta k + ۲۵ = k^2 + ۵k + ۱۶ \end{cases} \Rightarrow \delta k + ۲۵ = ۲q + ۱۶ \Rightarrow k^2 = ۹ \Rightarrow k = ۳$ $\Rightarrow \begin{cases} p = ۸ \\ q = \frac{۳ \times ۸}{۲} = ۱۲ \end{cases}$	۱۱
۱/۵	(الف) مسیر: $V_3 V_4 V_5 V_6 V_1$ (ب) یک رأس را ایزوله در نظر گرفته و با مابقی رئوس گراف کامل می‌سازیم، در نتیجه: $q = \binom{۷}{۲} = ۲۱$ (پ) این گراف ۱ یال از حالت کامل کمتر دارد. $\binom{۱۰}{۲} = ۴۵$ . در نتیجه دو رأس با درجه ۸ داریم و مابقی رئوس از درجه ۹ می‌باشند. $\begin{cases} \Delta = ۹ \\ \delta = ۸ \end{cases} \Rightarrow ۹ + ۸ = ۱۷$	۱۲
۱/۵	(الف) در یک گراف ساده با $p$ رأس مشخص، تعداد گراف‌های ساده از رابطه $\binom{p}{۲}$ به دست می‌آید. در این سؤال ابتدا $a$ را کنار می‌گذاریم، تعداد کل گراف‌های ساده با مابقی رئوس برابر است با: $\binom{۵}{۲} = ۱۰$ حال $a$ را می‌توانیم به دلخواه به یکی از این رئوس وصل کنیم. در نتیجه تعداد کل گراف‌ها برابر است با: $۱۰ \times ۵$ (ب) می‌دانیم $a$ به ۳ رأس از رئوس $b, c, d, e, f$ متصل شده است. در نتیجه تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $\binom{۵}{۳} = ۱۰$	۱۳